

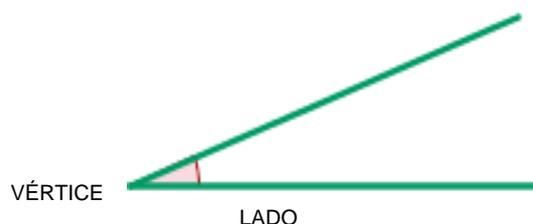
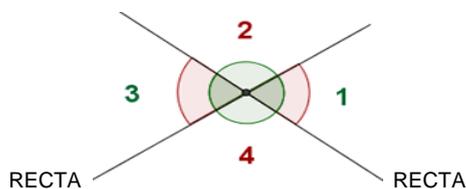
UNIDAD 9. LOS ÁNGULOS

1. LOS ÁNGULOS: ELEMENTOS Y TIPOS.
2. SISTEMA SEXAGESIMAL Y MEDIDA DE ÁNGULOS.
3. SUMA Y RESTA DE ÁNGULOS.
4. MEDIDAS ANGULARES COMPLEJAS E INCOMPLEJAS.
5. PASO DE MEDIDAS COMPLEJAS A INCOMPLEJAS Y VICEVERSA.

1. LOS ÁNGULOS: DEFINICIÓN Y ALIMENTOS.

Cada una de las cuatro regiones que se forman cuando se cortan dos rectas se llama ángulo. Un ángulo tiene dos **lados** y un **vértice**.

Quando se cortan dos rectas perpendiculares se forman 4 ángulos rectos.



Quando trazamos dos rectas que se cortan se forman 4 ángulos, tal como puede apreciarse en la figurada de la izquierda. Los ángulos **1 y 3 son opuestos por el vértice**, al igual que los ángulos 2 y 4. Los ángulos **1 y 2 son consecutivos**, al igual que los ángulos 3 y 4.

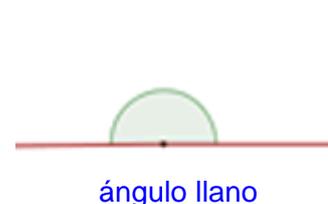
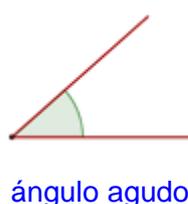
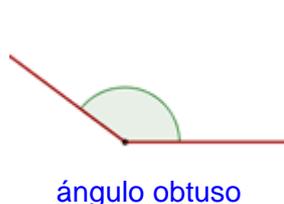
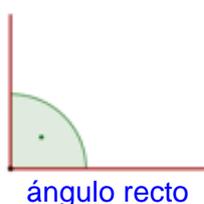
2. TIPOS DE ÁNGULOS

Ángulo recto: cada uno de los cuatro ángulos que se forman al cortarse dos rectas perpendiculares. Un ángulo recto mide 90° .

Ángulo agudo: es menor que un ángulo recto y mide menos de 90° .

Ángulo obtuso: es mayor que un ángulo recto y mide más de 90° .

Ángulo llano: es igual a dos ángulos rectos y mide 180° .



Ángulo nulo es el de 0° y ángulo completo el de 360° .

3. ÁNGULOS: SISTEMA SEXASEGIMAL Y UNIDADES DE MEDIDA

El sistema sexagesimal es un sistema de numeración en el que **cada unidad se divide en 60 unidades de orden inferior**. Se aplica en la actualidad a la medida del tiempo y a la **medida de ángulos**.

Los ángulos se miden en grados, minutos y segundos. **Un grado es igual a 60 minutos y 1 minuto es igual a 60 segundos**.

1 grado = 60 minutos $1^\circ = 60'$	1 minuto = 60" $1' = 60''$
--------------------------------------	----------------------------

4. TRANSPORTADOR Y MEDIDA DE ÁNGULOS

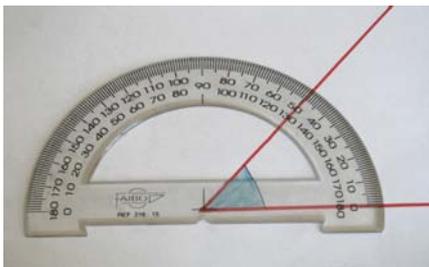
El transportador es el instrumento que sirve para medir los ángulos. Está dividido en *180 partes iguales*, cada una de las cuales es un grado. Los ángulos se miden en **grados sexagesimales**.

Para medir un ángulo:

1º Hacemos coincidir el vértice del ángulo con la marca que hay en el centro de la parte recta del transportador.

2º Hacemos coincidir un lado del ángulo con el 0 de la escala del transportador.

3º Miramos que número señala el otro lado en la escala del transportador y ésta es la medida del ángulo.



Ángulo agudo de 50°

5. SUMA DE ÁNGULOS

Para sumar medidas angulares:

1º Se colocan los grados debajo de los grados, los minutos debajo de los minutos y los segundos debajo de los segundos, y se suman.

2º Si el número de segundos pasa de 60, se divide dicha cantidad entre 60. El resto serán los segundos resultantes ($12''$) y el cociente se suma a los minutos. Quedan $96'$ y $12''$.

+	2	5°	3	6'	2	4''			
	3	4°	5	9'	4	8''			
	5	9°	9	5'	7	2''			
	7	2''	6	0''					
	1	2''	1'						
	9	5'	+	1'	=	9	6'		

3º Se hace lo mismo con los minutos (si el número de minutos pasa de 60, se divide entre 60; el resto serán los minutos resultantes y el cociente se suma a los grados). Quedan 36' y 60".
 Resultado final de la suma: 60° 36' 12"

	9	6'	6	0'					
	3	6'	1°						
	5	9°	+	1°	=	6	0°		

6. RESTA DE ÁNGULOS

Para restar medidas angulares:

1º Se colocan los grados debajo de los grados, los minutos debajo de los minutos y los segundos debajo de los segundos.

2º Luego se restan las cantidades como en una resta normal.

3º Puede suceder que el número de minutos (o de segundos) del minuendo sea menor que el del sustraendo y no podamos restar. Entonces necesitamos preparar la cuenta para que podamos realizarla. Quitamos un grado del número de grados

			(-1°)		(+60')				
-	8	4°	8	5'	3	2"			
	3	3°	5	4'	4	5"			

del minuendo, lo pasamos a minutos (60 minutos) y le sumamos los 60 minutos a los minutos del minuendo. Luego se restan los minutos.

				(-1')		(+60")			
-	8	4°	8	4'	9	2"			
	3	3°	5	4'	4	5"			
	5	1	3	0'	4	7"			

Para el caso de que el número de segundos del minuendo sea menor que el del sustraendo, quitamos un minuto del número de minutos del minuendo, lo pasamos a segundos (60 segundos) y le sumamos los 60 segundos a los segundos del minuendo. Finalmente se restan los segundos.

Resultado final de la resta: 51° 30' 47"

7. MEDIDAS ANGULARES COMPLEJAS E INCOMPLEJAS

Medidas angulares complejas son las que se expresan con distintas clases de unidades. Ejemplo: 25° 16' 39"

Medidas angulares incomplejas son las que se expresan con una sola clase de unidades. Ejemplo: 325°

Medida compleja: 12° 25' 45"	Medida incompleja: 46°
------------------------------	------------------------

8. PASO DE MEDIDAS COMPLEJAS A INCOMPLEJAS

Para pasar de medidas complejas a incomplejas hay que transformar cada una de las unidades que tenemos a la que queremos obtener como resultado final y sumar los resultados.

En la práctica debemos **pasar todas las cantidades a grados, o todas a minutos o todas a segundos y sumar los resultados.**

Ejemplo: Pasa a segundos la siguiente medida compleja: 14° 23' 45"

$$14^\circ \times 60' = 840'$$

$$840' + 23' = 863'$$

$$863' \times 60'' = 51.780''$$

$$14^\circ 23' 45'' = 51.780''$$

9. PASO DE MEDIDAS INCOMPLEJAS A COMPLEJAS

Debemos proceder de la siguiente forma:

1º Pasamos los segundos a minutos **dividiendo por 60**. El resto son los segundos de la medida compleja.

2º Los minutos del cociente anterior los pasamos a grados dividiendo por 60. El cociente resultante son los grados y el resto los segundos de la medida compleja. Y está resuelto el problema.

Pasa a grados, minutos y segundos la siguiente cantidad compleja: $225.618''$

Paso los segundos a minutos						Paso los minutos a grados								
2	2	5	6	1	8''	6	0''	3	7	6	0'	6	0'	
	4	5	6			3	7	6	0'	1	6	0	6	2''
		3	6	1						4	0'			
			0	1	8									
				1	8''									
												$225.618'' = 62^\circ 40' 18''$		

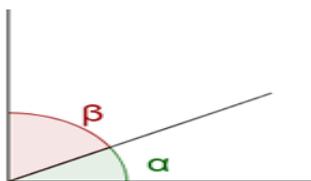
11. ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS Y ÁNGULOS SUPLEMENTARIOS

Ángulos **complementarios** son los que **suman 90°** , o sea, un ángulo recto. Un ángulo de 30° y otro de 60° son complementarios porque suman 90° .

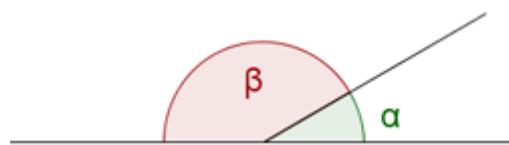
$$30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$$

Ángulos **suplementarios** son los que **suman 180°** , o sea, un ángulo llano. Un ángulo de 150° y otro de 30° son complementarios porque suman 180° .

$$150^\circ + 30^\circ = 180^\circ$$



ángulos complementarios: 90°

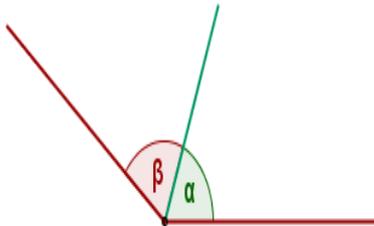


ángulos suplementarios: 180°

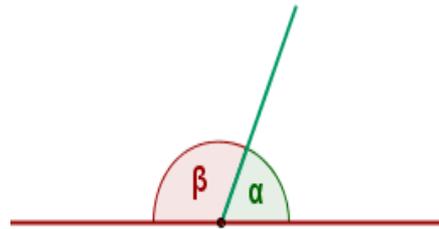
11. ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS Y ÁNGULOS SUPLEMENTARIOS

Ángulos consecutivos son los que tienen el mismo vértice y un lado en común. Van seguidos, uno pegado al otro.

Ángulos adyacentes son dos ángulos consecutivos, que tienen los lados no comunes situados uno en prolongación del otro. Por tanto forman un ángulo llano y son suplementarios (suman 180°).



ángulos consecutivos



ángulos consecutivos adyacentes

Para sumar un número negativo nos desplazamos en la recta numérica, partiendo desde el primer sumando, hacia la izquierda tantas unidades como nos indique el segundo sumando.

11. BISECTRIZ DE UN ÁNGULO

La bisectriz de un ángulo es la semirrecta que pasa por el vértice y lo divide en dos partes iguales.

Si un ángulo mide 90° , su bisectriz lo divide en dos ángulos iguales de 45° cada uno.

