

ESPA: **Ámbito Científico Tecnológico**

Nivel I - Módulo II

Unidad 1: Percibimos y representamos los objetos

1.- Descripción de las figuras geométricas en el plano. Clasificación de triángulos y cuadriláteros. Cálculo de perímetros y áreas de figuras planas.

2. Teorema de Pitágoras.

JUNTA DE EXTREMADURA

Consejería de Educación



Unidad 1: Percibimos y representamos los objetos

Contenidos

1.- Descripción de las figuras geométricas en el plano. Clasificación de triángulos y cuadriláteros. Cálculo de perímetros y áreas de figuras planas.

- 1.1. Geometría plana
- 1.2. Descripción de figuras geométricas en el plano. Polígonos
 - Clasificación de los polígonos regulares
- 1.3. Triángulos
- 1.4. Cuadriláteros
 - Cuadrado
 - Rectángulo
 - Rombo
 - Trapecio
 - Deltoides
- 1.5. Cálculo de perímetros y áreas

2. Teorema de Pitágoras.

- 2.1. Teorema de Pitágoras

1.1. Geometría plana

La Geometría trata sobre las formas y sus propiedades. La geometría plana estudia las formas en una superficie plana.



Figura 1.1: Una hoja es una figura plana



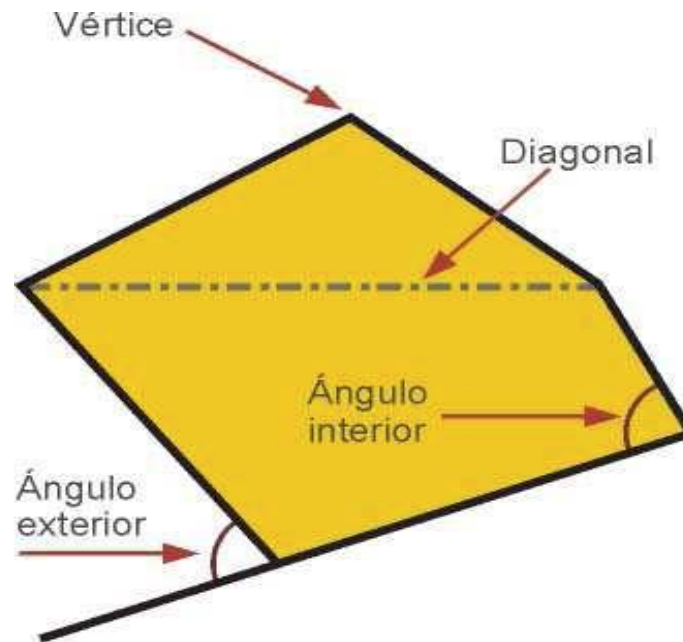
Figura 1.2: Un rectángulo es un ejemplo de figura plana

Pero, ¿qué es un plano? Vivimos en un mundo en tres dimensiones, pues bien, si suprimiéramos una dimensión, nos quedaría un plano. Imagina que vivieras en un mundo bidimensional. Podrías moverte, viajar, girar, avanzar, retroceder...pero no podrías subir ni bajar, porque no habría nada que tuviera altura, ya que sería un mundo plano.

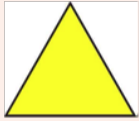

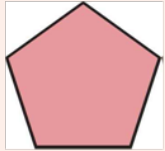
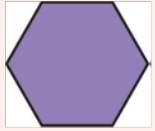
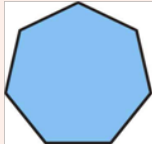
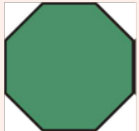
La definición más correcta de **plano** es: la parte superior de un trozo de papel, perfectamente liso y sin fin.

1.2. Descripción de figuras geométricas en el plano. Polígonos

Las figuras **planas** y **cerradas** se llaman **polígonos**. Un polígono es una figura con varios lados, todos ellos rectos. Es **regular** si todos sus lados y ángulos son iguales.



Clasificación de los polígonos regulares

Nombre	Lados	Ángulo interior	Forma
Triángulo	3	60°	
Cuadrilátero	4	90°	
Pentágono	5	108°	
Hexágono	6	120°	
Heptágono	7	$128,571^\circ$	
Octágono	8	135°	

Clasificación de los polígonos regulares

Ejercicios

1. Escribe la definición de plano.

2. Completa:

Las figuras planas y _____ se llaman _____. Un _____ es una figura con varios lados, todos ellos rectos. Es regular si todos sus lados y _____ son iguales.

3. Copia y completa en tu cuaderno: (utiliza internet, si es necesario, para encontrar las respuestas)

Los polígonos de 3 lados se llaman

Los polígonos de 7 lados se llaman

Los polígonos de 20 lados se llaman

Los polígonos de 8 lados se llaman

Los polígonos de 9 lados se llaman

Los polígonos de 10 lados se llaman

Los polígonos de 12 lados se llaman

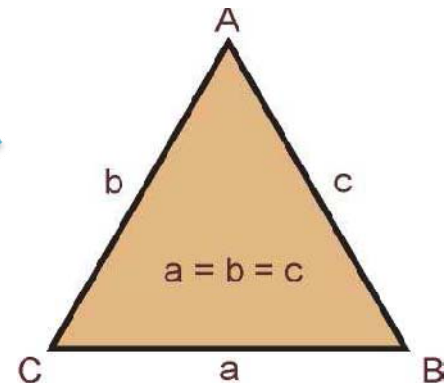
1.3. Triángulos

Un triángulo es un polígono con **tres lados** y **tres ángulos**. Los tres ángulos de cualquier triángulo siempre suman 180° .

Dependiendo del número de lados o ángulos que sean iguales, podemos destacar los triángulos equilátero, isósceles y escaleno:

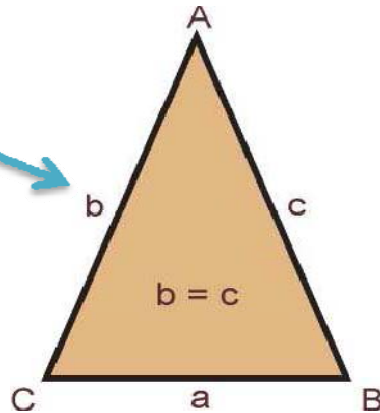
Triángulo equilátero.

- ▶ Tres lados iguales.
- ▶ Tres ángulos iguales de 60° .



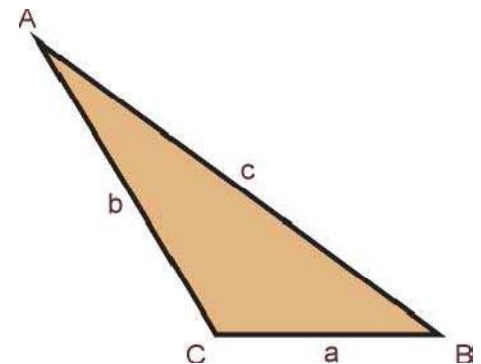
Triángulo isósceles.

- ▶ Dos lados iguales.
- ▶ Dos ángulos iguales.
- ▶ No regular.



Triángulo escaleno.

- ▶ Ningún lado igual.
- ▶ Ningún ángulo igual.
- ▶ No regular.

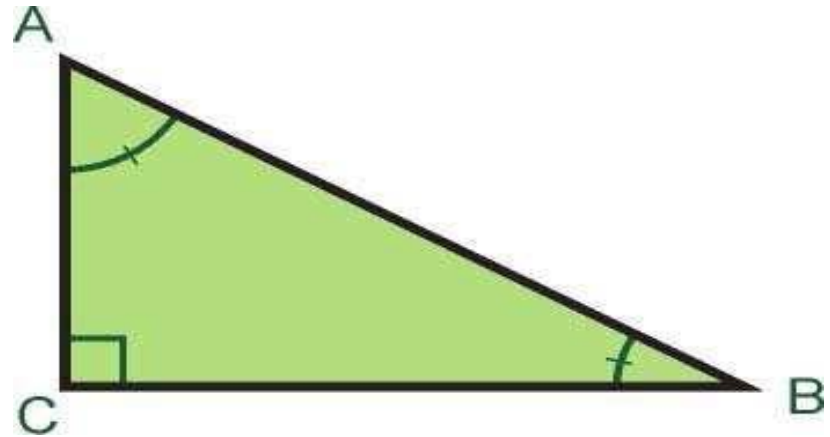


1.3. Triángulos

También se clasifican los triángulos atendiendo al **valor de sus ángulos**. Los más comunes son:

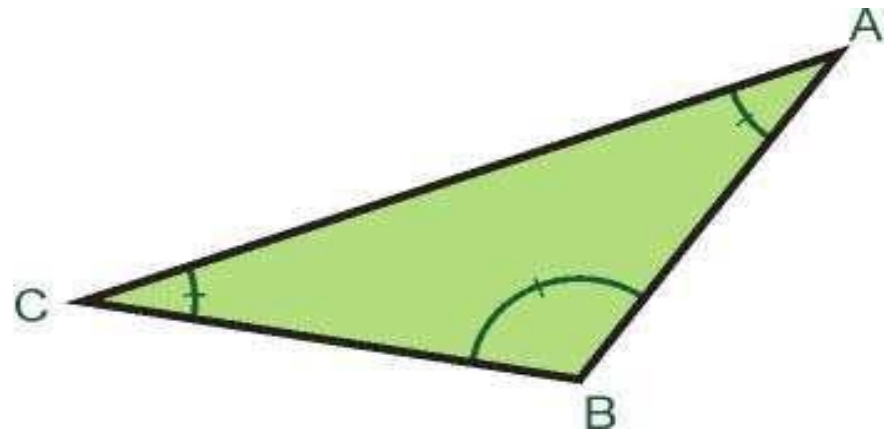
Triángulo **rectángulo**.

- ▶ Tiene un ángulo de 90° (ángulo recto).



Triángulo **obtusángulo**.

- ▶ Tiene un ángulo mayor de 90° .



1.3. Triángulos

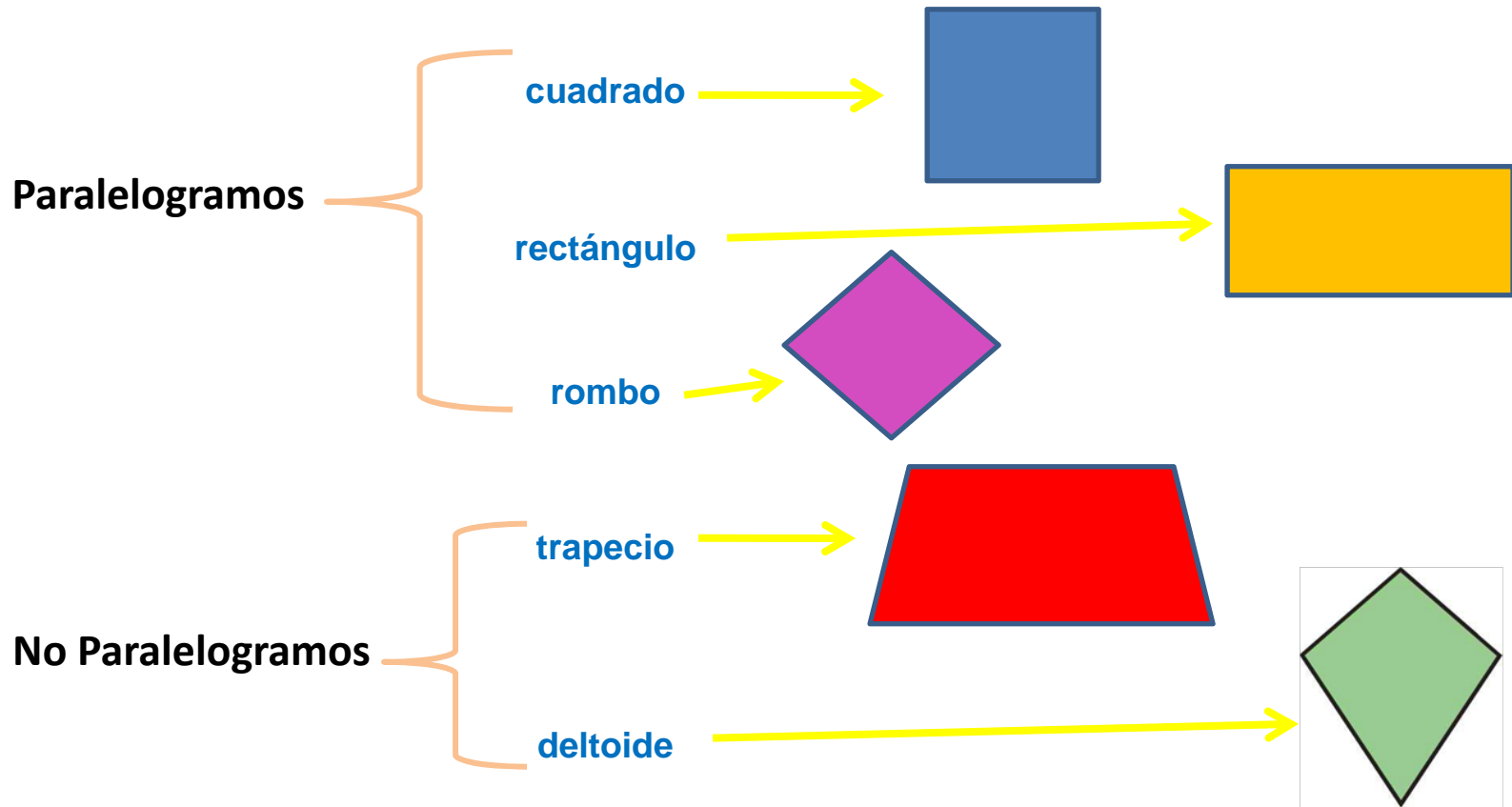
Ejercicios

4. ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos de un triángulo equilátero?
5. En un triángulo isósceles el ángulo desigual mide 42. ¿Cuánto mide cada uno de los dos ángulos iguales?
6. Construye un triángulo equilátero de 6 cm de lado.
7. Utilizando una regla, dibuja un triángulo de cada tipo: equilátero, isósceles, escaleno, rectángulo. Pon el nombre debajo

1.4. Cuadriláteros

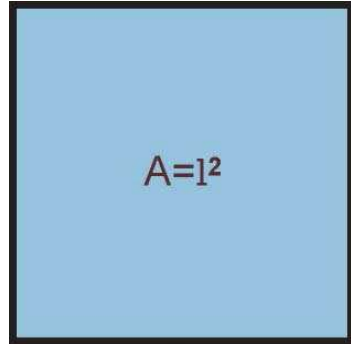
Un cuadrilátero es cualquier **figura plana de cuatro lados**.

Dentro de los cuadriláteros distinguimos: **paralelogramos** y **no paralelogramos**. Un paralelogramo es un cuadrilátero en el que los lados opuestos son paralelos y de igual longitud, y los ángulos opuestos son iguales.



Cuadrado

Es un cuadrilátero con los cuatro lados iguales. Sus cuatro ángulos son rectos (90°).



l



l = 80 cm

Área del cuadrado: lado x lado = l^2

Perímetro del cuadrado: lado x 4 = $4l$

Ejercicios

8. ¿Cuántos centímetros cuadrados de lienzo necesitamos para hacer un cuadro como el de la figura?

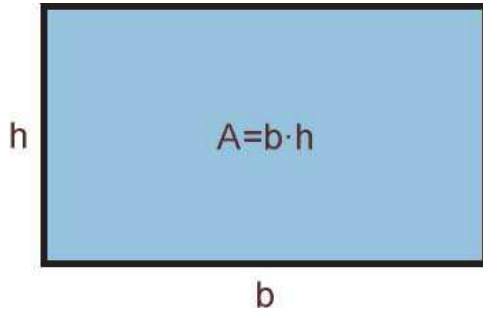
Solución: Como el lado mide 80 cm, multiplicamos
 $80 \times 80 = 80^2 = 160 \text{ cm}^2$

9. Para hacer el marco del cuadro, ¿cuánto medirá el listón de madera que necesitamos?

Solución: Como el lado mide 80 cm, y tiene 4 lados iguales, multiplicamos
 $80 \times 4 = 320 \text{ cm} = 3,20 \text{ m}$

Rectángulo

Es un cuadrilátero cuyos lados opuestos son paralelos y de la misma longitud. Sus cuatro ángulos son rectos (90°).



$h = 2 \text{ m}$

$b = 3 \text{ m}$

Área del rectángulo: base x altura = $b \cdot h$

Perímetro del rectángulo: $2 \times (\text{base} + \text{altura}) = 2(b + h)$

Ejercicios

10. ¿Cuántos metros cuadrados de baldosas necesitamos para colocar el suelo de la habitación de la figura?

Solución: Multiplicamos el ancho por el largo, o lo que es lo mismo, la base por la altura

$$3 \times 2 = 6 \text{ m}^2 \text{ de baldosas}$$

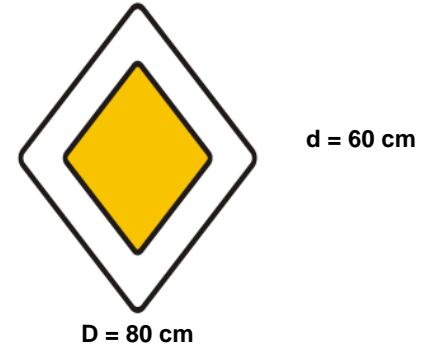
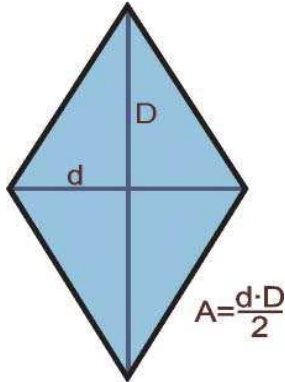
11. Para colocar el rodapié en la habitación, ¿cuántos metros lineales necesitamos?

Solución: Sumamos el ancho y el largo y lo multiplicamos por 2, o lo que es lo mismo:

$$2 \times (3 + 2) = 2 \times 5 \text{ m} = 10 \text{ m de rodapié}$$

Rombo

Es un cuadrilátero cuyos lados son todos iguales, siendo los lados opuestos paralelos. Sus ángulos opuestos son iguales. Además, las diagonales se cortan en ángulos rectos, es decir, son perpendiculares.



Área del rombo: diagonal menor x diagonal mayor : 2 = $d \cdot D / 2$

Perímetro del rombo: lado x 4 = 4 l

Ejercicios

12. ¿Cuántos centímetros cuadrados de chapa necesitamos para hacer la señal de la figura?

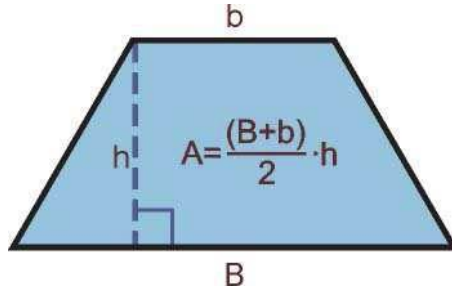
Solución: Multiplicamos la diagonal menor por la diagonal mayor y lo dividimos por 2
 $80 \times 60 / 2 = 480 / 2 = 240 \text{ cm}^2$ de chapa

13. ¿Cuánto medirá el contorno de la figura si un lado tiene 50 cm ?

Solución: Como el lado mide 50 cm, y tiene 4 lados iguales, multiplicamos
 $50 \times 4 = 200 \text{ cm} = 2 \text{ m}$

Trapezio

Es un cuadrilátero con un par de lados paralelos. Pero no es un paralelogramo, porque sólo un par de lados es paralelo. Se llama trapezio regular si los lados que no son paralelos tienen la misma longitud y si los dos ángulos sobre un lado paralelo son iguales.



Área del trapezio: (base mayor + base menor)/2 x altura = $(B + b)/2 \cdot h$

Ejercicios

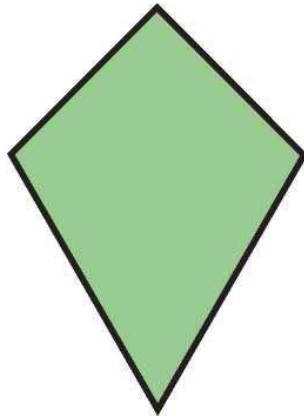
14. ¿Cuántos centímetros cuadrados de chapa necesitamos para hacer un trapezio plano como el de la figura 1, sabiendo que su base mayor mide 80 cm, la menor 60 cm y tiene una altura de 50 cm?

Solución: Sumamos las bases y dividimos por 2 ; el resultado lo multiplicamos por la altura.

$$[(80 + 60)/2] \times 50 = (140/2) \times 50 = 70 \times 50 = 3500 \text{ cm}^2 \text{ de chapa}$$

Deltoides

Es un cuadrilátero con dos pares de lados. Cada par son dos lados adyacentes (que se tocan) de la misma longitud. Los ángulos donde se encuentran los pares son iguales. Las diagonales son perpendiculares, y una de las diagonales divide por la mitad a la otra.



Ejercicios

15. ¿Cuántos medirá el contorno de la cometa de la figura si sus lados mayores mide 60 cm y los pequeños 40 cm cada uno?

Solución: Como tiene dos lados de 60 cm, y otros dos de 40, los sumamos y multiplicamos el resultado por dos:

$$(60 + 40) \times 2 = 100 \times 2 = 200 \text{ cm}$$

1.4. Cuadriláteros

Ejercicios

16. ¿Qué es un paralelogramo?

17. Completa este cuadro sobre los cuadriláteros:

Nombre	Características	Perímetro	Área	Dibujo

18. El perímetro de un solar cuadrado es de 240 metros. ¿Cuál es su área?

19. Un terreno tiene de largo 90 m y de ancho 70 m. En él se ha construido una casa de forma rectangular de 12 m de largo y 10 de ancho. ¿Cuál es el área del terreno libre?

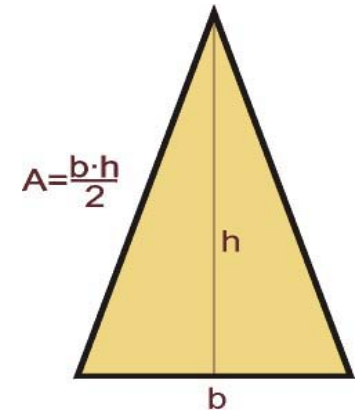
1.5. Cálculo de perímetros y áreas

El **perímetro** de una figura geométrica es la longitud de su contorno. El **área** de una figura geométrica plana indica su extensión o la superficie que encierra dicha figura.

Para calcular el **perímetro** de una figura geométrica hay que conocer cómo es esta, medir los lados que la conforman y sumarlos. Si la figura es un polígono regular, este proceso es mucho más sencillo.

El área de un **triángulo** viene dada por la expresión:

$$\text{Área} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$$

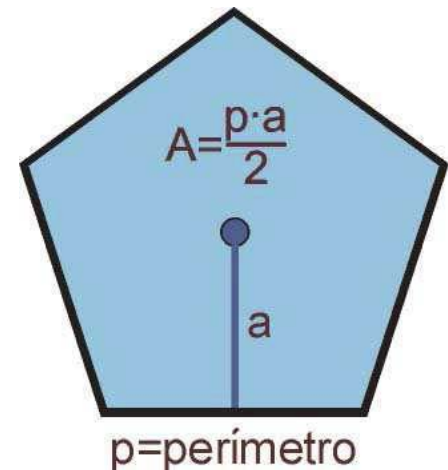


El área de un **paralelogramo** en general viene dada por **A = base x altura**

Para muchas figuras complejas puede calcularse su área descomponiéndola en paralelogramos más sencillos.

El área de un **polígono regular**, en general, viene dada por la expresión:

$$\text{Área} = \frac{\text{perímetro} \times \text{apotema}}{2}$$

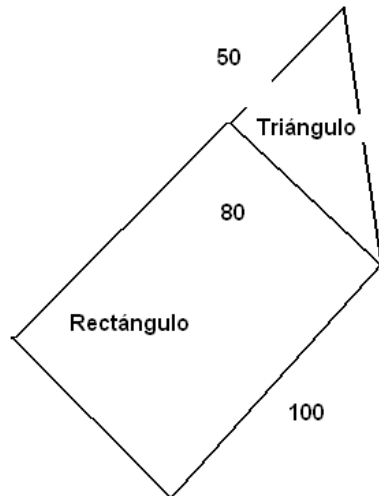


1.5. Cálculo de perímetros y áreas

Ejercicios

20. Imagina que has comprado la parcela roja. ¿Cómo calcularías su superficie con los datos que tienes?

Primero descomponemos esquemáticamente en dos superficies que sepamos calcular el área.



Área del rectángulo: $A = base \times altura$

$$A_r = 100 \times 80 = 8.000 \text{ m}^2$$

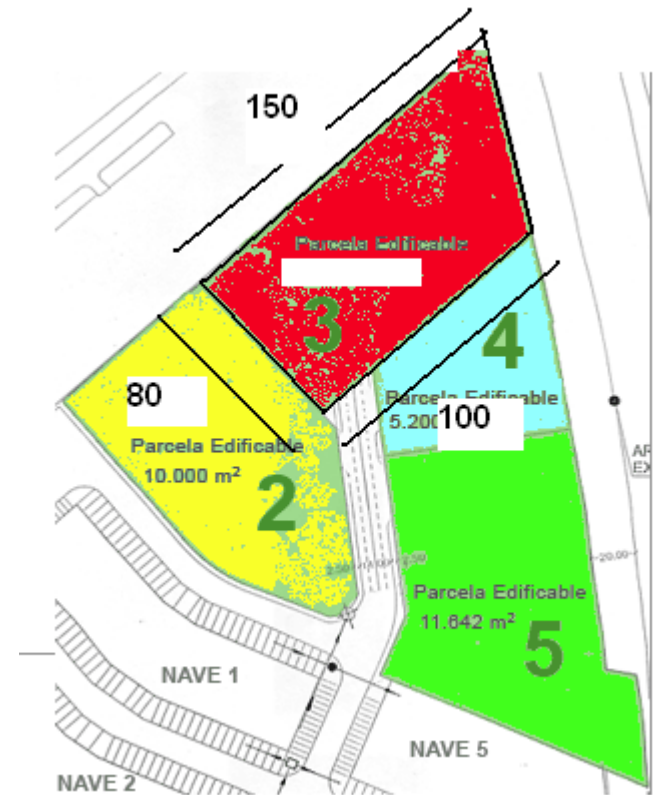
Área del triángulo: $A = base \times altura / 2$

$$A_t = 80 \times 50 / 2 = 4.000 / 2 = 2.000 \text{ m}^2$$

Sumamos las dos áreas:

$$\text{Área total: } A_r + A_t = 8.000 + 2.000 \text{ m}^2 = 10.000 \text{ m}^2$$

Solución: 10.000 m^2



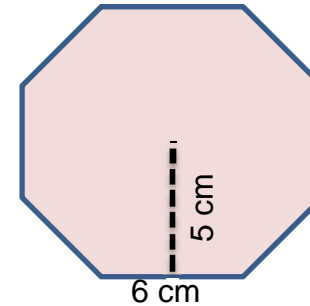
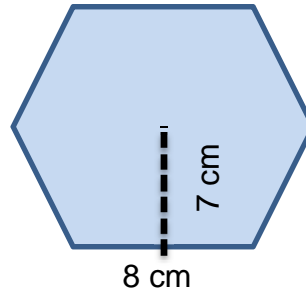
1.5. Cálculo de perímetros y áreas

Ejercicios

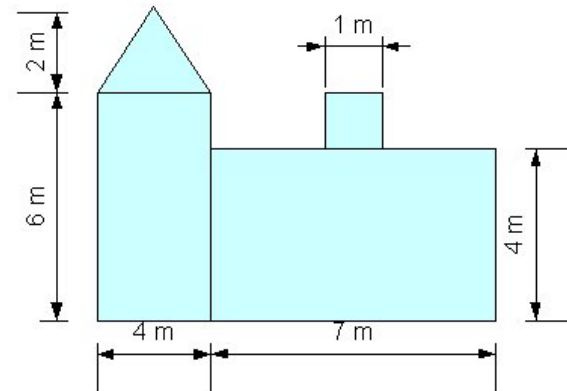
21. Calcula el elemento que falta en cada uno de los siguientes triángulos:

Base	15 m	12 m	2,5 m	
Altura	8 m	32 m		15 m
Área			1,56 m ²	40 m ²

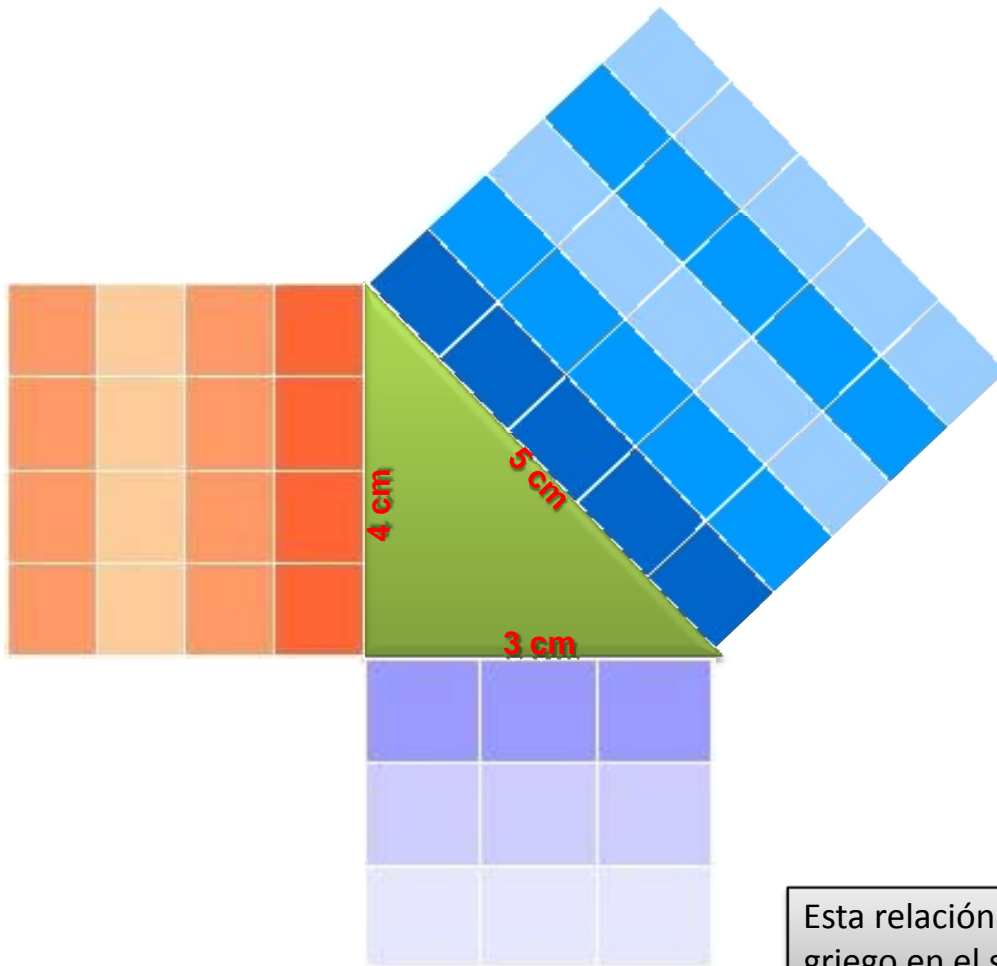
22. Halla el área de estas figuras:



23. Calcula el área de la siguiente figura:



2.1. Teorema de Pitágoras



Cuenta los cuadraditos que hay en las figuras que rodean el triángulo:

Cuadraditos azules: **25**

Cuadraditos naranjas: **16**

Cuadraditos violetas: **9**

Podemos comprobar que:

$$25 = 16 + 9$$

O, lo que es lo mismo:

$$5 \times 5 = 4 \times 4 + 3 \times 3$$

Que también se puede expresar así:

$$5^2 = 4^2 + 3^2$$

Si te fijas, estos números coinciden con las dimensiones de los lados del triángulo

Esta relación numérica fue descubierta por un matemático griego en el siglo VI antes de Cristo llamado **Pitágoras**.

2.1. Teorema de Pitágoras

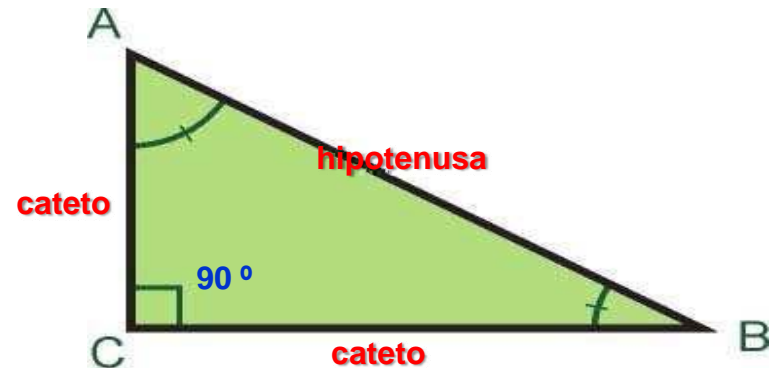
Recordemos que un ángulo recto es aquel que mide 90° . Un triángulo se llama **triángulo rectángulo** cuando uno de sus ángulos es recto. En estos triángulos se denomina **hipotenusa** al mayor de los tres lados; a los otros dos lados menores se les denomina **catetos**.

En estos triángulos se cumple la siguiente propiedad:
“**El cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los catetos al cuadrado**”.

Si llamamos a la longitud de la hipotenusa h , a la de un cateto c_1 y a la de otro c_2 , se cumple:

$$h^2 = c_1^2 + c_2^2$$

Ese enunciado se conoce con el nombre de **Teorema de Pitágoras**



Ejercicios

1. Si un triángulo rectángulo tiene de hipotenusa 26 cm y uno de los catetos 10 cm ¿Cuánto mide el otro cateto?

Escribimos la expresión del teorema de Pitágoras: $h^2 = c_1^2 + c_2^2$
Suponemos que conocemos h y c_1 despejamos entonces $c_2 : c_2^2 = h^2 - c_1^2$,
Sustituyendo: $h^2 = 676$ y $c_1^2 = 100$

Luego:

$$c_2^2 = 676 - 100 = 576$$

Al realizar la raíz cuadrada resulta $c_2 = 24$ cm.

Solución: 24 cm

2.1. Teorema de Pitágoras

Ejercicios

24. Completa los datos que faltan en la tabla aplicando el teorema de Pitágoras:

hipotenusa	cateto	cateto
10 cm	8 cm	
50 cm		30 cm
	12 cm	9 cm
20 cm		12 cm
	28 cm	21 cm

25. El lado de un triángulo equilátero vale 10 cm. ¿Cuánto vale la altura?

26. Calcula la diagonal de un cuadrado de lado 20 cm

27. Un jardín en forma de trapecio isósceles tiene dos lados paralelos de 80 y 140 m y los otros dos son de 50 m de longitud. Halla su área.

28. Un cable de 2,5 m de longitud une el extremo superior de una antena de televisión con un punto situado en el suelo a 1,5 m de su base. ¿Cuál es la altura de la antena?